

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
ІНСТИТУТ ВИСОКИХ ТЕХНОЛОГІЙ**

Кафедра теоретичних основ високих технологій

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Заступник директора
з навчальної роботи

« ____ » _____ 20__ року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ¹
ВИБРАНІ РОЗДІЛИ ЗАГАЛЬНОЇ ТА КВАНТОВОЇ ФІЗИКИ
для студентів**

напрямок підготовки _____
(шифр і назва напрямку підготовки)

спеціальність _____
(шифр і назва спеціальності)

спеціалізація _____
(назва спеціалізації)

КИЇВ – 2013

¹ Робоча програма навчальної дисципліни є нормативним документом вищого навчального закладу і містить виклад конкретного змісту навчальної дисципліни, послідовність, організаційні форми її вивчення та їх обсяг, визначає форми та засоби поточного і підсумкового контролів.

Робоча програма _____

(назва спеціальності)

для студентів *напряму підготовки* _____, *спеціальності*

« ____ » _____ 20__ року - ____ с.

Розробники²: (вказати авторів, їхні посади, наукові ступені та вчені звання)

професор, д.ф.-м.н., ст.н.с. Колежук О.К.

Робоча програма дисципліни «Вибрані розділи загальної та квантової фізики» затверджена на засіданні кафедри _____

Протокол №від “....” 20__ року

Завідувач кафедри _____

(вибрати необхідне)

_____ (підпис)

(_____)

(прізвище та ініціали)

« ____ » _____ 20__ року

Протокол №від “....” 20__ року

Схвалено науково - методичною комісією факультету/інституту (методичною комісією коледжу за напрямом підготовки (спеціальністю)) (вибрати необхідне) _____

Протокол від « ____ » _____ 20__ року № ____

Голова науково-методичної комісії _____ (_____)

(підпис)

(прізвище та ініціали)

« ____ » _____ 20__ року

© _____, 20__ рік

© _____, 20__ рік

© _____, 20__ рік

² Розробляється лектором. Робоча програма навчальної дисципліни розглядається на засіданні кафедри (циклової комісії – для коледжів), науково-методичної комісії факультету/інституту (раді навчального закладу - коледжу), підписується завідувачем кафедри (головою циклової комісії), головою науково-методичної комісії факультету/інституту (головою ради) і затверджується заступником декана/директора інституту з навчальної роботи (заступником директора коледжу).

ВСТУП

Навчальна дисципліна „Вибрані розділи загальної та квантової фізики” (або дисципліни) є складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за освітньо-кваліфікаційним рівнем «магістр» галузі знань «природничі науки»

з напрямку підготовки _____, спеціальності – _____ «високі технології»

Дана дисципліна є нормативною за **спеціальністю (спеціалізацією) «високі технології» (хімія, біологія).**

Викладається у I семестрі I курсу магістратури в **обсязі – 144 год.³ (4 кредитів ECTS⁴)** зокрема: *лекції – 34 год., практичні 17 год., лабораторні – 17 год., самостійна робота – 76 год.* У курсі передбачено 3 змістових модулі та 3 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна – **заліком.**

Мета дисципліни – поглиблення знань з фізики, отриманих студентами під час навчання в бакалавраті

Завдання – створити базу для вивчення курсів фізики низьковимірних систем, сучасної мікро- та наноелектроніки, сучасних мікробіології та супрамолекулярної хімії.

Структура курсу. Детально розглядаються методи опису та аналізу фізичних властивостей квантових систем. I кредит – загальні принципи квантової фізики; II кредит – елементи статистичної фізики, III кредит – застосування методів квантової фізики і статистики для аналізу фізичних явищ в конденсованих середовищах

В результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: Основні принципи та математичні методи квантової фізики. Мати уявлення про практичні застосування квантових ефектів в сучасних мікро- та нано-електронних технологіях, мікробіології та хімії.

вміти: Застосовувати базові методи квантової фізики для оцінки характерних параметрів ефектів та явищ в фізиці, біології, та хімії. Пояснювати результати експериментів на основі побудови простих моделей.

Місце дисципліни (в структурно-логічній схемі підготовки фахівців відповідного напрямку). Навчальна дисципліна „Вибрані розділи загальної та квантової фізики” є складовою циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня „магістр”, і є базовою для вивчення більшості спеціальних дисциплін спеціальності "магістр природничих наук та високих технологій", зокрема „фізика низьковимірних систем”, „основи сучасної спектроскопії” та ін.

Зв'язок з іншими дисциплінами. Навчальна дисципліна „Вибрані розділи загальної та квантової фізики” спирається на поглиблені знання математики, що даються студентам в рамках курсу «Вибрані розділи вищої математики», і доповнюється факультативними заняттями з фізики.

³ Зазначається загальна кількість годин, які виділено на дану дисципліну згідно навчального плану відповідного освітньо-кваліфікаційного рівня.

⁴ кредитів ECTS – кредит кратний 36 годинам (Наприклад, 3 кредити ECTS відповідає 108 год.).

Контроль знань і розподіл балів, які отримують студенти.

Контроль здійснюється за модульно-рейтинговою системою.

У змістовий модуль 1 (ЗМ1) входять теми 1-6, у змістовий модуль 2 (ЗМ2) – теми 7-10, а у змістовий модуль 3 (ЗМ3) – теми 11-13. **Обов'язковим для заліку є отримання як мінімум 40 балів за всіма формами контролю (крім заліку).**

Оцінювання за формами контролю⁵: (як приклад)

	ЗМ1		ЗМ2		ЗМ3							
	<i>Min. балів</i>	<i>0</i>	<i>Max. балів</i>	<i>25</i>	<i>Min. балів</i>	<i>0</i>	<i>Max. балів</i>	<i>25</i>	<i>Min. балів</i>	<i>0</i>	<i>Max. балів</i>	<i>20</i>
Усна відповідь	0		2		0		2		0		2	
Лабораторні роботи	0		4		0		4		0		3	
Домашні завдання	0		4		0		4				3	
Модульна контрольна робота	0		15		0		15		0		12	

³ – мінімальна/максимальна оцінка, яку може отримати студент.
¹ – мінімальна/максимальна залікова кількість робіт чи завдань.

Для студентів, які набрали сумарно меншу кількість балів ніж *критично-розрахунковий мінімум – 40 балів* для одержання заліку обов'язкова перездача МКР.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі МКР здійснюються у відповідності до „Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу” від 1 жовтня 2010 року.

При простому розрахунку отримаємо:

	Змістовий модуль 1	Змістовий модуль 2	Змістовий модуль 3	залік	Підсумкова оцінка
<i>Мінімум</i>	0	0		0	0
Максимум	25	25	20	30	100

При цьому, кількість балів:

- **1-34** відповідає оцінці «незадовільно» з обов'язковим повторним вивченням дисципліни;
- **35-59** відповідає оцінці «незадовільно» з можливістю повторного складання;
- **60-64** відповідає оцінці «задовільно» («достатньо»);
- **65-74** відповідає оцінці «задовільно»;
- **75 - 84** відповідає оцінці «добре»;
- **85 - 89** відповідає оцінці «добре» («дуже добре»);
- **90 - 100** відповідає оцінці «відмінно».

Шкала відповідності (за умови заліку)

За 100 – бальною шкалою	За національною шкалою
90 – 100	Зараховано
85 – 89	
75 – 84	
65 – 74	
60 – 64	
1 – 59	не зараховано

⁵ Див. Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу від 1 жовтня 2010 року, а також Розпорядження ректора «Про методику розрахунку підсумкової оцінки дисциплін, які читаються два і більше семестри» від 29 вересня 2010 року

ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Змістовий модуль 1: Вибрані питання квантової механіки

ТЕМА 1. Основні поняття квантової механіки (14 год.)⁶

Квантові стани, суперпозиція, оператори фізичних величин, гамільтоніан, рівняння руху, власні стани, ідентичні частинки

ТЕМА 2. Квантові частинки у потенціальних ямах, поблизу бар'єрів і границь (14 год.)

Граничні умови для хвильової функції; потенціал у вигляді дельта-функції. Розсіяння на потенціальній сходинці, метод матриці переходу. Частинка в потенціальній ямі, зв'язані і незв'язані стани, одно-, дво-, і тривимірний випадок.

ТЕМА 3. Квантове тунелювання. (8 год.)

Тунелювання через бар'єр. Тунелювання між квантовими ямами. Метастабільні стани.

ТЕМА 4. Оператори народження і знищення. (6 год.)

Гармонічний осцилятор. Фонони. Когерентні стани. Ферміонні оператори.

ТЕМА 5. Унітарні перетворення. (9 год.)

Поняття про унітарні перетворення. Оператор еволюції. Діагоналізація квадратичних гамільтоніанів.

ТЕМА 6. Квантова теорія збурень. (11 год.)

Різні форми теорії збурень. Самоузгоджена теорія збурень Брілюена-Вігнера. Теорія збурень для вироджених рівнів. Раптові та адіабатичні збурення. Збурення граничних умов. Часткова діагоналізація гамільтоніана (перетворення Шріфера-Вольфа).

Змістовий модуль 2: Елементи статистичної фізики

ТЕМА 7. Основні поняття статистичної фізики. (8 год.)

Статистичний розподіл. Матриця густини. Ентропія. Закон зростання ентропії. Розподіл Гіббса, його властивості. Статистична рівновага. Великий канонічний розподіл Гіббса. Хімічний потенціал.

ТЕМА 8. Фермі- та Бозе-статистика. (6 год.)

Квантові гази. Бозе-Ейнштейнівська конденсація.

ТЕМА 9. Теорія лінійного відгуку. (12 год.)

Формула Кубо. Співвідношення Крамерса-Кроніга. Флуктуаційно-дисипаційні співвідношення.

ТЕМА 10. Основи фізичної кінетики. (6 год.)

Рівняння повільних процесів. Принцип детальної рівноваги. Кінетичне рівняння Больцмана.

Змістовий модуль 3: квантової теорії конденсованого стану

ТЕМА 11. Квантові частинки в періодичному потенціалі (12 год.)

Обернена ґратка. Теорема Блоха. Енергетична зонна структура.

ТЕМА 12. Загальні властивості енергетичної зонної структури. (8 год.)

Фермі-поверхня. Ефективна маса. Густина станів, сингулярності Ван Хова. Метали, напівпровідники і діелектрики. Локалізація електронних станів внаслідок безпорядку.

Квазіперіодичні структури та особливості їх спектрів.

ТЕМА 13. Взаємодія речовини з випромінюванням (8 год.)

⁶ Зазначається загальна кількість годин з урахуванням лекцій, практичних (семінарських, лабораторних) і самостійної роботи.

. Процеси поглинання і емісії, золоте правило Фермі. Правила відбору. Розсіяння випромінювання на квазічастинках, спектроскопія.

СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
Тематичний план лекцій та практичних занять

1 семестр

Ном ер п/п	Назва лекції	Кількість годин				
		лекці ї	прак тичні	СРС	МКР	лаб. робо ти
ЗМ1: Вибрані питання квантової механіки						
1	<i>Вступ. Основні поняття і математичний апарат квантової механіки. Квантові стани, суперпозиція, оператори фізичних величин, гамільтоніан, рівняння руху, власні стани, ідентичні частинки, принцип Паулі.</i>	4	2	4		4
2	<i>Квантові частинки у потенціальних ямах, поблизу потенціальних бар'єрів і границь. Граничні умови для хвильової функції; потенціал у вигляді дельта-функції. Розсіяння на потенціальній сходинці, метод матриці переходу. Частинка в потенціальній ямі, зв'язані і незв'язані стани, одно-, дво-, і тривимірний випадок.</i>	4	2	4		4
3	<i>Квантове тунелювання. Тунелювання через бар'єр. Тунелювання між квантовими ямами. Метастабільні стани.</i>	2	2	4		
4	<i>Оператори народження і знищення. Гармонічний осцилятор. Фонони. Когерентні стани. Ферміонні оператори.</i>	2		4		
5	<i>Унітарні перетворення. Еволюція квантових станів. Діагоналізація квадратичних гамільтоніанів. Перетворення Боголюбова.</i>	2	2	5		
6	<i>Теорія збурень. Різні форми теорії збурень. Самоузгоджена теорія збурень Брілюєна-Вігнера. Теорія збурень для вироджених рівнів. Раптові та адиабатичні збурення. Збурення граничних умов. Часткова діагоналізація гамільтоніана (перетворення Шріфера-Вольфа).</i>	4	2	5		
	Модульна контрольна робота №1				1	

№ п/п	Назва лекції	Кількість годин				
		лекції	практичні	СРС	МКР	лаб. роботи
ЗМ2: Елементи статистичної фізики						
7	<i>Основні принципи квантової статистики. Статистичний розподіл. Матриця густини. Ентропія. Закон зростання ентропії. Розподіл Гіббса, його властивості. Статистична рівновага. Великий канонічний розподіл Гіббса. Хімічний потенціал.</i>	2	2	4		
8	<i>Фермі- та Бозе-статистика. Квантові гази. Густина станів. Бозе-Ейнштейнівська конденсація.</i>	2	2	2		
9	<i>Теорія лінійного відгуку. Формула Кубо. Співвідношення Крамерса-Кроніга. Флуктуаційно-дисипаційна теорема.</i>	4		4		4
10	<i>Основи фізичної кінетики: Рівняння повільних процесів. Принцип детальної рівноваги. Кінетичне рівняння Больцмана.</i>	2		4		
	Модульна контрольна робота №2				1	

№ п/п	Назва лекції	Кількість годин				
		лекц.	прак	СРС	МКР	лаб.
ЗМ3: Елементи квантової теорії конденсованого стану						
11	<i>Квантові частинки у періодичному потенціалі. Обернена гратка. Теорема Блоха. Енергетична зонна структура.</i>	2	1	4		5
12	<i>Загальні властивості енергетичної зонної структури. Фермі-поверхня. Ефективна маса. Сингулярності Ван Хофа. Метали, напівпровідники і діелектрики. Локалізація електронних станів внаслідок безпорядку. Квазіперіодичні структури та особливості їх спектрів.</i>	2	2	4		
13	<i>Взаємодія речовини з електромагнітними полями. Процеси поглинання і емісії, золоте правило Фермі. Правила відбору. Розсіяння випромінювання на квазічастинках, спектроскопія.</i>	2		6		
	Модульна контрольна робота №3				1	
	ВСЬОГО	34	17	76	3	17

Загальний обсяг **144 год.**⁷, в тому числі:

Лекцій – **34 год.**

Практичних занять – **34 год.**

Самостійна робота - **76 год.**

⁷ Загальна кількість годин, відведених на дану дисципліну згідно навчального плану.

Докладний план лекційних, практичних та самостійних занять

1 семестр

Змістовий модуль 1: Вибрані питання квантової механіки

ЛЕКЦІЯ 1. (4 години)

Вступ. Основні поняття квантової механіки. Квантові стани, суперпозиція, оператори фізичних величин, гамільтоніан, рівняння руху, власні стани, зміна базису, унітарні перетворення, ідентичні частинки

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №1. (2 години)

Обчислення спектрів елементарних гамільтоніанів. Правила обчислення комутаторів, функції від операторів та їх похідні. Властивості операторів із скінченим спектром. Властивості спектру у випадку наявності декількох операторів, що одночасно комутують з гамільтоніаном. Ермітові і самоспряжені оператори. Загальна форма співвідношень невизначеност

Лабораторна робота №1 (4год.) (виконується в комп'ютерному класі, програмне забезпечення — JRE): Фотоефект.

Лабораторна робота №2 (4год.) (виконується в комп'ютерному класі, програмне забезпечення — JRE): Поведінка квантових частинок в потенціальних ямах. Зв'язані стани. Тунелювання.

ЛЕКЦІЯ 2. (4 години)

Квантові частинки у потенціальних ямах, поблизу потенціальних бар'єрів і границь. Граничні умови для хвильової функції; потенціал у вигляді дельта-функції. Розсіяння на потенціальній сходинці, метод матриці переходу. Частинка в потенціальній ямі, зв'язані і незв'язані стани, одно-, дво-, і тривимірний випадок.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №2. (2 години)

Знаходження власних станів і хвильових функцій для модельних одновимірних потенціалів (напр. нескінченно глибока яма з дельта функцією посередині, несиметрична прямокутна яма). Квантовий тиск частинки в прямокутній ямі.

ЛЕКЦІЯ 3. (2 години)

Квантове тунелювання. Тунелювання через бар'єр. Тунелювання між квантовими ямами. Метастабільні стани.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №3. (2 години)

Розв'язання задачі тунелювання для модельних бар'єрів і ям (напр. подвійна дельта функція, нескінченна стінка з дельта-функцією).

ЛЕКЦІЯ 4. (2 год.)

Оператори народження і знищення. Гармонічний осцилятор. Фоони. Когерентні стани. Ферміонні оператори.

ЛЕКЦІЯ 5. (2 год.) *Унітарні перетворення.* Зміна квантового стану з часом. Оператор еволюції. Представлення Шредінгера, Гайзенберга, представлення взаємодії. Діагоналізація квадратичних гамільтоніанів. Перетворення Боголюбова.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №4. (2 год.)

Знаходження еволюції квантового стану. Діагоналізація простих гамільтоніанів за допомогою унітарних перетворень.

ЛЕКЦІЯ 6. (4 години)

Теорія збурень. Різні форми теорії збурень. Самоузгоджена теорія збурень Брілюена-Вігнера. Теорія збурень для вироджених рівнів. Раптові та адиабатичні збурення. Збурення граничних умов. Часткова діагоналізація гамільтоніана (перетворення Шріфера-Вольфа).

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №5. (2 год.) Теорія збурень для квантових ям, для ротатора, для спінових станів. “Відштовхування” квантових рівнів.

Проведення модульної контрольної роботи №1

Модульний контроль №1. Контрольні запитання.

1. Що означає нормування хвильових функцій?
2. Як принцип суперпозиції пов'язаний з ймовірністю природою квантових станів?
3. Поясніть фізичний зміст ефекту тунелювання електронів. Чому тунелювання не спостерігається для макрооб'єктів?
4. В чому полягає ідея квазічастинок в квантовій механіці систем багатьох частинок?
5. В чому полягає суть співвідношень невизначеності?

Змістовий модуль 2: Елементи статистичної фізики

ЛЕКЦІЯ 7. (2 години)

Основні принципи квантової статистики. Статистичний розподіл. Матриця густини. Ентропія. Закон зростання ентропії. Розподіл Гіббса, його властивості. Статистична рівновага. Великий канонічний розподіл Гіббса. Хімічний потенціал.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №6. (2 год.)

Спін у зовнішньому полі, осцилятор, частинка в коробці при скінченній температурі. Ланцюжок Ізінга при скінченній температурі.

ЛЕКЦІЯ 8. (2 години)

Квантові гази. Функції розподілу Бозе-Ейнштейна і Фермі-Дірака. Вироджений бозе-газ, критична температура.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №7. (2 години) Вироджений Фермі-газ, його теплоємність.

Лабораторна робота №3 (4год.) (в комп'ютерному класі, програмне забезпечення — Maple): Комп'ютерне моделювання дифузійних процесів як випадкових блукань.

ЛЕКЦІЯ 9. (2 години)

Теорія лінійного відгуку. Формула Кубо. Співвідношення Крамерса-Кроніга. Флуктуаційно-дисипаційна теорема. Співвідношення Ейнштейна.

ЛЕКЦІЯ 10. (2 години)

Основи фізичної кінетики: Рівняння повільних процесів. Принцип детальної рівноваги. Кінетичне рівняння Больцмана.

Проведення модульної контрольної роботи №2

Модульний контроль №2. Контрольні запитання.

1. Чим відрізняються канонічний та мікροканонічний ансамблі?
2. В якому випадку треба описувати систему матрицею густини?
3. Що таке ентропія?

4. В чому полягає правило фаз Гіббса?

5. Як пов'язані функції розподілу Фермі, Бозе, і Больцмана?

Змістовий модуль 3: Елементи квантової теорії конденсованого стану

ЛЕКЦІЯ 11. (2 години)

Квантові частинки у періодичному потенціалі. Обернена ґратка. Теорема Блоха. Енергетична зонна структура.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №8. (1 год.)

Обчислення спектру для частинки в періодичному потенціалі дельта-функцій (гребінка Дірака). Поверхневі (таммівські) стани для гребінки Дірака, обмеженої з одного боку стінкою.

ЛЕКЦІЯ 12. (2 години)

Загальні властивості енергетичної зонної структури. Фермі-поверхня. Ефективна маса. Густина станів, сингулярності Ван Хова. Метали, напівпровідники і діелектрики. Локалізація електронних станів внаслідок безпорядку. Квазіперіодичні структури та особливості їх спектрів.

Лабораторна робота №4 (4год.) (виконується в комп'ютерному класі, програмне забезпечення — **Maple**): Встановлення структури ДНК за даними рентгенівської дифракції.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №9. (2 год.)

Зонна структура, Фермі-поверхня і густина станів в наближенні сильного зв'язку (tight-binding) і взаємодії найближчих сусідів для квадратної і гексагональної ґраток. Графен.

ЛЕКЦІЯ 13. (2 години)

Взаємодія речовини з електромагнітними полями. Процеси поглинання і емісії, правила відбору. Розсіяння випромінювання на квазічастинках, спектроскопія.

Проведення модульної контрольної роботи №3.

Модульний контроль №3. Контрольні запитання.

1. Що таке сингулярності Ван Хова?
2. В чому полягає явище надплинності?
3. Чим обумовлена необхідність введення граничних умов Борна-Кармана?
4. На чому базуються спектроскопічні методи вивчення елементарних збуджень в конденсованих середовищах?
5. Що зумовлює особливості фазових переходів в низьковимірних системах ?

Самостійна робота студентів.

Постійними завданнями для самостійної роботи є:

- робота над лекційним матеріалом з конспектом та рекомендованою літературою;
- виконання домашніх завдань;
- опрацювання частини лекційного матеріалу, винесеного на самостійне вивчення.

Приблизні теми індивідуальних навчальних проектів (кінцевий варіант списку готується протягом перших 2-3 лекцій)

1. Фотонні кристали
2. Ефект Ааронова-Бома
3. Квазікласичне наближення в квантовій теорії.
4. Періодична система елементів з точки зору квантової теорії
5. Інтеграл по шляхам. Інстантони.
6. Квантовий ефект Хола.
7. Феноменологічна теорія надпровідності Гінзбурга-Ландау.
8. Лазери на квантових гетероструктурах

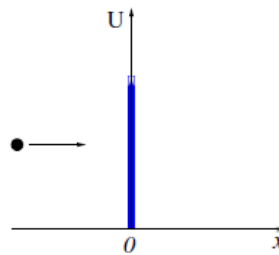
9. Надпровідність тонких плівок
 10. Спінтроніка (органічні матеріали та системи)

ЗАВДАННЯ МОДУЛЬНОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ №1 (приклад)

Модульна контрольна робота №1 “Основи квантової механіки” приклади задач

- Хвильова функція системи (ненормована) має вигляд суперпозиції $|\Psi\rangle = (3 - 2i)|\psi_1\rangle + (3 + 2i)|\psi_2\rangle$, де $|\psi_{1,2}\rangle$ – два нормованих власних стани деякого оператора фізичної величини. Обчислити імовірність w_2 того, що система знаходиться у стані $|\psi_2\rangle$. Відповідь: $w_2 = 1/2$.
- Знайти зв'язок між середніми значеннями координати та імпульсу частинки у 2-х станах, хвильові функції яких пов'язані співвідношенням $\psi_2(x) = e^{i\frac{p_0}{\hbar}x}\psi_1(x)$. Відповідь: $\langle \psi_1|x|\psi_1\rangle = \langle \psi_2|x|\psi_2\rangle$, $\langle \psi_1|\hat{p}|\psi_1\rangle + p_0 = \langle \psi_2|\hat{p}|\psi_2\rangle$.
- Для ермітового оператора \hat{f} є справедливим співвідношення $\hat{f}^3 = c^2\hat{f}$, де c – дійсне число. Які власні значення такого оператора? Відповідь: $\lambda_1 = 0$, $\lambda_{2,3} = \pm c$.
- Знайти комутатори $[\hat{p}^3, \hat{x}]$, $[\hat{p}^2, \hat{x}^2]$, де \hat{p} , \hat{x} – оператори імпульсу та координати. Відповідь: $[\hat{p}^3, \hat{x}] = -3i\hbar\hat{p}^2$, $[\hat{p}^2, \hat{x}^2] = -2i\hbar(\hat{p}\hat{x} + \hat{x}\hat{p})$.
- Хвильова функція частинки має вигляд $\psi(x) = Ae^{ikx}\varphi(x)$, де k нам відоме, а $\varphi(x)$ – дійсна функція, причому $\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi^2(x)dx$ – деяке скінченне число. Знайдіть середнє значення імпульсу частинки. Відповідь: $\hbar k$.
- Хвильова функція частинки має вигляд $\psi(x) = Ae^{ikx}e^{-x^2/\xi^2}$, де ξ і k нам відомі. Знайдіть середнє значення імпульсу $\langle \hat{p} \rangle$ і квадрата імпульсу $\langle \hat{p}^2 \rangle$ частинки. Відповідь: $\langle \hat{p} \rangle = \hbar k$, $\langle \hat{p}^2 \rangle = \hbar^2(k^2 + 1/\xi^2)$.
- Хвильова функція частинки (ненормована) має вигляд $\psi(x) = Ae^{ikx}e^{-x^2}$, де k нам відоме. Знайдіть середнє значення імпульсу частинки. Відповідь: $\hbar k$.
- Простір квантових станів певної системи є двовимірним, і стани $|1\rangle, |2\rangle$ утворюють ортонормований базис в цьому просторі. Гамільтоніан системи заданий у вигляді $\hat{H} = \varepsilon(|2\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 2|)$. Знайдіть власні енергії і власні стани системи. Відповідь: $E_1 = -\varepsilon$, $|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle - |2\rangle)$, $E_2 = +\varepsilon$, $|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |2\rangle)$.

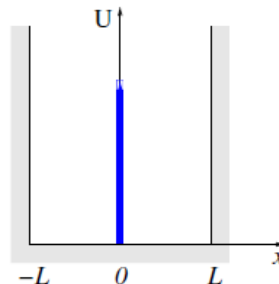
9. На потенціальний бар'єр у вигляді дельта-функції, $U(x) = U_0a\delta(x)$, де $U_0a > 0$, налігає частинка маси m з енергією E (див. малюнок). Знайти коефіцієнт пропускання. Відповідь див. Флюгге, задача 21



10. Знайдіть енергетичний спектр частинки маси m в потенціалі

$$U(x) = \begin{cases} +\infty, & |x| \geq L \\ U_0a\delta(x), & |x| < L \end{cases}$$

де $U_0a > 0$ (див. малюнок). (Достатньо вивести рівняння, розв'язки якого визначають енергетичні рівні. Додаткові бали за аналіз розв'язків.)
 Відповідь: див. Флюгге, задачі 19-20.



ЗАВДАННЯ МОДУЛЬНОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ №2 (приклад)

Модульна контрольна робота №2

“Основи квантової механіки”

прикладу задач

1. Нехай $|\psi_1\rangle$ і $|\psi_2\rangle$ - стаціонарні квантові стани деякої системи, а E_1, E_2 - відповідні їм значення енергії. Хвильова функція системи в момент часу $t = 0$ має вигляд $|\varphi(t = 0)\rangle = c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle$. Знайти хвильову функцію в момент часу $t > 0$.

Відповідь: $|\varphi(t)\rangle = c_1 e^{-iE_1 t/\hbar} |\psi_1\rangle + c_2 e^{-iE_2 t/\hbar} |\psi_2\rangle$.

2. Частинка маси m знаходиться у нескінченно глибокій потенціальній ямі шириною L . Її хвильова функція в момент часу $t = 0$ має вигляд $\psi(x, t = 0) = \frac{2}{\sqrt{L}} \sin\left(\frac{3\pi x}{2L}\right) \cos\left(\frac{\pi x}{2L}\right)$. Знайти хвильову функцію в момент часу $t > 0$.

Відповідь: $\psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{L}} \left\{ \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) e^{-iE_1 t/\hbar} + \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) e^{-iE_2 t/\hbar} \right\}$, де $E_n = \frac{(\pi n \hbar)^2}{2mL^2}$.

3. Незаряджена частинка із спіном $1/2$ знаходиться в постійному магнітному полі напруженості B_0 , що направлене вздовж осі z . Гамільтоніан системи має вигляд $\hat{H} = -2\mu_0 B_0 \hat{S}^z$, де \hat{S}^z - z -компонента оператора спіну. Хвильова функція системи в момент часу $t = 0$ має вигляд $|\psi(t = 0)\rangle = c_1|\uparrow\rangle + c_2|\downarrow\rangle$, де $|\uparrow\rangle$ і $|\downarrow\rangle$ - власні функції оператора \hat{S}^z : $\hat{S}^z|\uparrow\rangle = \frac{1}{2}|\uparrow\rangle$, $\hat{S}^z|\downarrow\rangle = -\frac{1}{2}|\downarrow\rangle$. Знайти хвильову функцію в момент часу $t > 0$.

Відповідь: $|\psi(t)\rangle = c_1 e^{i\mu_0 B_0 t/\hbar} |\uparrow\rangle + c_2 e^{-i\mu_0 B_0 t/\hbar} |\downarrow\rangle$.

4. Знайти енергії стаціонарних станів для частинки маси m , що рухається у двовимірному просторі у потенціальній ямі вигляду $U(x, y) = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2)$. Відповідь: $E_{n_x, n_y} = \hbar\omega(n_x + n_y + 1)$, де n_x, n_y - невід'ємні цілі числа.

5. Знайти енергії стаціонарних станів для частинки маси m , що рухається у тривимірному просторі у потенціальній ямі вигляду $U(x, y, z) = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2 + z^2)$. Відповідь: $E_{n_x, n_y, n_z} = \hbar\omega(n_x + n_y + n_z + 3/2)$, де n_x, n_y, n_z - невід'ємні цілі числа.

6. Квантовий стан гармонічного осцилятора (маса m , частота ω) в момент часу $t = 0$ має вигляд $|\psi(t = 0)\rangle = \alpha|n\rangle + \beta|n + 1\rangle$, де $|n\rangle$ позначає набір ортонормованих стаціонарних станів гамільтоніану, що відповідають енергіям $E_n = \hbar\omega(n + 1/2)$, а α, β - деякі комплексні числа, що задовольняють умові нормування $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Знайти середнє значення координати частинки в момент часу $t > 0$. Підказка: виразіть оператор координати \hat{x} через оператори народження і знищення \hat{a}^\dagger, \hat{a} , і скористайтесь формулами (з лекцій) для дії цих операторів на стани $|n\rangle$.

Відповідь: $\langle x \rangle = \sqrt{\frac{\hbar(n+1)}{2m\omega}} (\alpha^* \beta e^{-i\omega t} + \beta^* \alpha e^{i\omega t})$.

ЗАВДАННЯ МОДУЛЬНОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ №3 (приклад)

Модульна контрольна робота №3

“Основи квантової статистики”

прикладу задач

У наведених нижче прикладах розмірність простору d може приймати значення 1, 2, 3. Частинки вважаються нерелятивістськими, тобто зв'язок енергії E та імпульсу \vec{p} (закон дисперсії) дається формулою $E = \vec{p}^2/(2m)$. При температурах T , набагато менших за енергію Фермі ε_F , слід вважати, що хімічний потенціал $\mu \approx \varepsilon_F$.

1. Дві ферміонні частинки спіну $S = \frac{1}{2}$ можуть займати енергетичні рівні з енергіями $\varepsilon_0, 2\varepsilon_0$, система знаходиться при температурі T . Знайти середнє число заповнення рівня з енергією $2\varepsilon_0$.

$$\text{Відповідь: } \langle n_{2\varepsilon_0} \rangle = \frac{2e^{-2\varepsilon_0/T} + 4e^{-\varepsilon_0/T}}{1 + 4e^{-\varepsilon_0/T} + e^{-2\varepsilon_0/T}}.$$

2. Дві бозонні частинки спіну $S = 0$ можуть займати енергетичні рівні з енергіями $0, \pm\varepsilon_0$, система знаходиться при температурі T . Знайти статистичну суму системи і середнє число заповнення рівня з енергією ε_0 .

$$\text{Відповідь: } \langle n_{\varepsilon_0} \rangle = \frac{1 + \cosh(\varepsilon_0/T)}{1 + \cosh(\varepsilon_0/T) + \cosh(2\varepsilon_0/T)}.$$

3. Частинка зі спіном S може знаходитися в $2S + 1$ спінових квантових станах $|m\rangle$, що є власними станами оператора z -компоненти спіну \hat{S}^z : $\hat{S}^z|m\rangle = m|m\rangle$, де $m = -S, -S + 1, \dots, S$. Частинка знаходиться у магнітному полі напруженості B , направленому по осі z ; гамільтоніан системи має вигляд $\hat{H} = -\hat{M}B$, де $\hat{M} = \mu_0\hat{S}_z$ - оператор магнітного моменту. Знайти середнє значення магнітного моменту при температурі T .

$$\text{Відповідь: } \langle M \rangle = \mu_0 \left\{ \left(S + \frac{1}{2} \right) \coth \left(\left(S + \frac{1}{2} \right) \alpha \right) - \frac{1}{2} \coth \left(\frac{\alpha}{2} \right) \right\}, \text{ де } \alpha = \frac{\mu_0 B}{T}.$$

4. Знайти середню енергію вільної частинки маси m в d -вимірному просторі при температурі T . Відповідь: $\langle E \rangle = d \frac{T}{2}$. Підказка: обчисліть статсуму як $Z = \sum_{\vec{k}} e^{-\beta \hbar^2 \vec{k}^2 / (2m)}$, де $\beta = 1/T$ і скористайтеся ф-лою, що виражає $\langle E \rangle$ через похідну від Z по β .

5. Знайти енергію Фермі ε_F (найвищу енергію зайнятого стану при $T = 0$) d -вимірного ідеального газу ферміонних частинок спіну $1/2$ і маси m . Газ складається з $N \gg 1$ частинок, що знаходяться у “коробці” розміром $\underbrace{L \times L \times \dots \times L}_{d \text{ разів}}$ з непроникними стінками.

Знайти тиск цього газу за умови, що температура $T \ll \varepsilon_F$.

$$\text{Відповідь для } d = 3: \varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}, \text{ де } n = N/L^3 \text{ - густина газу, } p = \frac{\hbar^2}{5m} (3\pi^2)^{2/3} n^{5/3}.$$

Підказка: скористайтеся формулою для густини станів.

6. Велике число $N \gg 1$ тождіжних безспінових ферміонів маси m рухається в d -вимірному просторі в квадратичному потенціалі $U(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_d^2)$. Знайти енергію Фермі E_F (найвищу енергію зайнятого стану при $T = 0$).

Відповідь для $d = 3$: $E_F \simeq \hbar \omega (6N)^{1/3}$. Підказка: для $d = 3$ енергетичні рівні $E_{n_1, n_2, n_3} = \hbar \omega (n_1 + n_2 + n_3 + 3/2)$ характеризуються трьома цілими квантовими числами n_1, n_2, n_3 , які можуть змінюватися від 0 до ∞ кожне. Як розмістити по цих рівнях N частинок так, щоб побудувати стан з найменшою енергією?

7. Частинка маси m , що рухається у d -вимірному просторі, знаходиться у квадратичному потенціалі $U(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_d^2)$, при температурі T . Знайти середню енергію частинки.

$$\text{Відповідь: } \langle E \rangle = d \frac{\hbar \omega}{2} \coth \left(\frac{\hbar \omega}{2T} \right). \text{ Підказка: } Z = (Z_1)^d, \text{ де } Z_1 = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta \hbar \omega (n+1/2)}.$$

Рекомендована література

Основна:

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Квантовая механика// М.: Наука, 1989
2. Д.И.Блохинцев, Основы квантовой механики М.: Наука, 1976
3. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Статистическая физика // М.: Наука, 1976
4. Р.Фейнман, Статистическая механика// М.: Мир, 1978
5. О.В.Третьяк, В.З.Лозовський, Основи фізики напівпровідників. Т.І // Київ: ВПЦ «Київський університет», 2007
6. А.Анималу, Квантовая теория кристаллических твердых тел // М.: Мир, 1981

Додаткова:

1. Tang C. Fundamentals of Quantum Mechanics, for solid state electronics and optics (Cambridge University Press, 2005)
2. Ziman J.M. Elements of Advanced Quantum Theory (CUP, 1969)
3. Nayak C. Solid state physics (UCLA lecture notes, 2000)
4. Greiner W. Quantum Mechanics.. Special Chapters (Springer,1998).
5. Basdevant J.-L., Dalibard J. Quantum mechanics (Springer, 2002)

ПИТАННЯ НА ЗАЛІК (ПРИКЛАД)

Вибрані розділи загальної та квантової фізики. Білет №9.

1. Дві бозонні частинки (без спіну) можуть займати енергетичні рівні з енергіями $\pm\varepsilon_0$, система знаходиться при температурі T . Знайти статистичну суму системи і середнє число заповнення рівня з енергією ε_0 .
 2. Знайти комутатор $[\hat{p}, \hat{x}^3]$, де \hat{p} , \hat{x} - оператори імпульсу та координати.
-

Вибрані розділи загальної та квантової фізики. Білет №10.

1. Частинка маси m , що рухається у тривимірному просторі, знаходиться у квадратичному потенціалі $U(x) = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2 + z^2)$, при температурі T . Знайти середню енергію частинки.
 2. Хвильова функція системи (ненормована) має вигляд суперпозиції $|\Psi\rangle = (2 + 3i)|\psi_1\rangle + (-1 + i)|\psi_2\rangle$, де $|\psi_{1,2}\rangle$ - два нормованих власних стани деякого оператора фізичної величини. Обчислити імовірність того, що система знаходиться у стані $|\psi_2\rangle$.
-

Вибрані розділи загальної та квантової фізики. Білет №11.

1. Дві тотожні бозонні частинки (без спіну) можуть займати енергетичні рівні з енергіями $0, \varepsilon_0$, система знаходиться при температурі T . Знайти статистичну суму системи і середнє число заповнення рівня з енергією ε_0 .
 2. Хвильова функція частинки (ненормована) має вигляд $\psi(x) = Ae^{3ikx}e^{-2x^2}$, де k нам відоме. Знайдіть середнє значення імпульсу частинки.
-

Вибрані розділи загальної та квантової фізики. Білет №12.

1. Дві однакові ферміонні частинки можуть займати енергетичні рівні з енергіями $\pm\varepsilon_0$, система знаходиться при температурі T . Частинки мають спин $1/2$, відповідно на будь-якому з рівнів кожна з них може знаходитися в двох станах, $|\uparrow\rangle$ і $|\downarrow\rangle$. Знайти статистичну суму системи і середнє число заповнення рівня з енергією ε_0 .
2. Частинка маси m знаходиться в одновимірній нескінченній потенціальній ямі шириною L в основному стані (власний стан гамільтоніана з найменшою енергією). Знайдіть силу, що діє на стінку ями з боку частинки.